

**Частное образовательное учреждение высшего образования  
«ИНСТИТУТ БИЗНЕСА И ИННОВАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ»**

Одобрено  
решением Ученого совета  
от «29» июля 2023г.  
протокол № 2



УТВЕРЖДАЮ  
Ректор Института бизнеса  
и инновационных технологий

А.И. Садыкова

«29» июля 2023 г.

**Рабочая программа дисциплины  
«Теория оптимального управления»**

<b>Направление подготовки:</b>	38.03.04 Государственное и муниципальное управление
<b>Профиль подготовки:</b>	Государственное управление
<b>Квалификация выпускника:</b>	Бакалавр
<b>Форма обучения:</b>	Очно-заочная

## Содержание

<b>1. АННОТАЦИЯ К ДИСЦИПЛИНЕ</b> .....	3
<b>2. ПЕРЕЧЕНЬ ПЛАНИРУЕМЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ, СООТНЕСЕННЫХ С ПЛАНИРУЕМЫМИ РЕЗУЛЬТАТАМИ ОСВОЕНИЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ</b> .....	4
<b>3. ТЕМАТИЧЕСКИЙ ПЛАН</b> .....	5
<b>4. СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ</b> .....	6
<b>5. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ</b> .....	6
<b>6. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ И УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ</b> .....	9
<b>7. ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ И ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ</b> .....	11

## 1. АННОТАЦИЯ К ДИСЦИПЛИНЕ

Рабочая программа дисциплины «Теория оптимального управления» составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки 38.03.02 Менеджмент, утвержденным приказом Минобрнауки России от 12.08.2020 г. № 970.

Дисциплина закладывает основы для формирования знаний о инструментари теории оптимального управления. В курс «Теория оптимального управления» включаются фундаментальные результаты по двум основным направлениям современной теории оптимального управления. Первое из них составляют теоретические утверждения и методы исследования, в основе которых находится принцип максимума Понтрягина. Второе направление содержит подробное изложение метода динамического программирования, основанного на принципе оптимальности Беллмана. При этом значительное внимание уделяется алгоритмическому содержанию практических результатов и изложению методов аналитического и численного исследования соответствующих задач оптимального управления.

### **Место дисциплины в структуре образовательной программы**

Настоящая дисциплина включена в учебные планы по программам подготовки бакалавров по направлению 38.03.02 Менеджмент и входит в блок факультативных дисциплин

Дисциплина изучается на 3 курсе в 6 семестре.

### **Цель и задачи дисциплины**

*Целью изучения дисциплины* являются изучение математических методов оптимального управления динамическими экономическими процессами непрерывной и дискретной природы. Изучаются разные математические модели и методы применения этих моделей в решении задач на всем жизненном цикле проектов.

#### ***Задачи изучения дисциплины:***

- знакомство с современным состоянием теории линейных управляемых систем с быстрыми и медленными переменными, основными понятиями и теоремами;
- выработка навыков применения полученных теоретических знаний к решению практических задач из различных проектов
- приобретение навыков в области математического аппарата теории оптимального управления, основам моделирования экономических процессов проекта как в постановке динамических-непрерывных, так и дискретных процессах

## 2. ПЕРЕЧЕНЬ ПЛАНИРУЕМЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ, СООТНЕСЕННЫХ С ПЛАНИРУЕМЫМИ РЕЗУЛЬТАТАМИ ОСВОЕНИЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих компетенций, предусмотренных образовательной программой.

Результаты освоения ООП (содержание компетенций)	Код компетенции	Код и наименование индикатора достижения компетенций	Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине			Формы образовательной деятельности
			выпускник должен знать	выпускник должен уметь	выпускник должен иметь практический опыт	
Способен реализовывать проекты в разработке перспективных методов, моделей и механизмов организации планирования производства	ПК-1	ПК-1.2. Разрабатывает модели и механизмы проектов организации и планирования производства	Различные варианты формулировок принципа оптимальности. Алгоритм решения задачи оптимального распределения ресурсов проекта и его численную реализацию. Математическую постановку задачи оптимального управления с дискретным временем. Значение принципа максимума в теории оптимального управления.	Проводить исследование задачи оптимального распределения ресурсов проектом методом динамического программирования	Формирование и реализация общего алгоритма решения задачи оптимального распределения ресурсов проекта.	<u>Контактная работа:</u> Лекции Практические занятия <u>Самостоятельная работа</u>

### 3. ТЕМАТИЧЕСКИЙ ПЛАН

Наименование тем	Контактная работа обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий)									Самостоятельная работа обучающихся	ТКУ / балл Форма ПА
	Лекции	Семинары	Практикум по решению задач	Ситуационный практикум	Мастер-класс	Лабораторный практикум	Тренинг	Дидактическая игра	Из них в форме практической подготовки		
<i>Очно-заочная форма</i>											
<i>Тема 1. Основы моделирования экономических процессов.</i>	1		1							16	Отчет по практикуму по решению задач/25
<i>Тема 2. Достаточные условия оптимальности</i>	1		1							16	Отчет по практикуму по решению задач /25
<i>Тема 3. Метод Лагранжа-Понтрягина</i>	1		1							16	Отчет по практикуму по решению задач /25
<i>Тема 4. Метод Гамильтона-Якоби-Белмана (динамическое программирование)</i>	1		1							16	Отчет по практикуму по решению задач /25
<b>Всего:</b>	<b>4</b>		<b>4</b>							<b>64</b>	<b>100</b>
<b>Контроль, час</b>											<b>Зачет</b>
<b>Объем дисциплины (в академических часах)</b>	<b>72</b>										
<b>Объем дисциплины (в зачетных единицах)</b>	<b>2</b>										

## 4. СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

### *Тема 1. Основы моделирования экономических процессов.*

Математический аппарат теории оптимального управления. Система, модель, моделирование. Управление. Обратная связь. Замкнутая система. Экономическая система как объект управления. Оптимизационные модели экономической динамики.

### *Тема 2. Достаточные условия оптимальности*

Вспомогательные математические конструкции. Достаточное условие оптимальности для непрерывных и многошаговых процессов. Обобщенная теорема о достаточных условиях оптимальности. Применение достаточных условий оптимальности к решению задач.

### *Тема 3. Метод Лагранжа-Понтрягина*

Уравнение для непрерывных управляемых процессов. Принцип максимума. Условия оптимальности для многошаговых процессов с неограниченным управлением. Условия оптимальности для многошаговых процессов с при наличии ограничений на управление. Оптимальное управление движущимся объектом. Календарное планирование поставки. Оптимальное планирование поставки. Оптимальное потребление в макроэкономической модели.

### *Тема 4. Метод Гамильтона-Якоби-Белмана (динамическое программирование)*

Идея и основные элементы. Алгоритм ГЯБ. Метод ГЯБ многошаговый вариант. Оптимальное распределение инвестиций между проектами методом динамического программирования. Сравнительный анализ методов ЛП и ГЯБ.

## 5. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ

В процессе изучения данной дисциплины используются такие виды учебной работы, как лекция, практикум по решению задач, а также различные виды самостоятельной работы обучающихся по заданию преподавателя.

### *Методические указания для обучающихся при работе над конспектом лекций во время проведения лекции*

Лекция – систематическое, последовательное, монологическое изложение преподавателем учебного материала, как правило, теоретического характера.

В процессе лекций рекомендуется вести конспект, что позволит впоследствии вспомнить изученный учебный материал, дополнить содержание при самостоятельной работе с литературой, подготовиться к

зачету с оценкой.

Следует также обращать внимание на категории, формулировки, раскрывающие содержание тех или иных явлений и процессов, научные выводы и практические рекомендации, положительный опыт в ораторском искусстве. Желательно оставить в рабочих конспектах поля, на которых делать пометки из рекомендованной литературы, дополняющие материал прослушанной лекции, а также подчеркивающие особую важность тех или иных теоретических положений.

Любая лекция должна иметь логическое завершение, роль которого выполняет заключение. Выводы по лекции подытоживают размышления преподавателя по учебным вопросам. Формулируются они кратко и лаконично, их целесообразно записывать. В конце лекции, обучающиеся имеют возможность задать вопросы преподавателю по теме лекции.

### ***Методические указания для обучающихся по выполнению практикумов по решению задач***

Практикум по решению задач — выполнение обучающимися набора практических задач предметной области с целью выработки навыков их решения.

Практикумы по решению задач выполняются в соответствии с рабочим учебным планом при последовательном изучении тем дисциплины.

Прежде чем приступить к решению задач, обучающемуся необходимо:

- ознакомиться с соответствующими разделами программы дисциплины по учебной литературе, рекомендованной программой курса;
- получить от преподавателя информацию о порядке проведения занятия, критериях оценки результатов работы;
- получить от преподавателя конкретное задание и информацию о сроках выполнения, о требованиях к оформлению и форме представления результатов.

При выполнении задания необходимо привести развёрнутые пояснения хода решения и проанализировать полученные результаты.

При необходимости обучающиеся имеют возможность задать вопросы преподавателю по трудностям, возникшим при решении задач.

### ***Методические указания для обучающихся по организации самостоятельной работы***

Самостоятельная работа обучающихся направлена на самостоятельное изучение отдельных тем/вопросов учебной дисциплины.

Самостоятельная работа является обязательной для каждого обучающегося, ее объем по дисциплине определяется учебным планом.

При самостоятельной работе обучающиеся взаимодействуют с рекомендованными материалами при минимальном участии преподавателя.

*Работа с литературой (конспектирование)*

Самостоятельная работа с учебниками, учебными пособиями, научной, справочной и популярной литературой, материалами периодических изданий

и Интернета, статистическими данными является наиболее эффективным методом получения знаний, позволяет значительно активизировать процесс овладения информацией, способствует более глубокому усвоению изучаемого материала, формирует у обучающихся свое отношение к конкретной проблеме.

Изучая материал по учебной книге (учебнику, учебному пособию, монографии, и др.), следует переходить к следующему вопросу только после полного уяснения предыдущего, фиксируя выводы и вычисления (конспектируя), в том числе те, которые в учебнике опущены или на лекции даны для самостоятельного вывода.

Особое внимание обучающийся должен обратить на определение основных понятий курса. Надо подробно разбирать примеры, которые поясняют определения. Полезно составлять опорные конспекты.

Выводы, полученные в результате изучения учебной литературы, рекомендуется в конспекте выделять, чтобы при перечитывании материала они лучше запоминались.

При самостоятельном решении задач нужно обосновывать каждый этап решения, исходя из теоретических положений курса.

Вопросы, которые вызывают у обучающегося затруднение при подготовке, должны быть заранее сформулированы и озвучены во время занятий в аудитории для дополнительного разъяснения преподавателем.

### ***Навигация для обучающихся по самостоятельной работе в рамках изучения дисциплины***

<b>Наименование темы</b>	<b>Вопросы, вынесенные на самостоятельное изучение</b>	<b>Формы самостоят. работы</b>	<b>Форма текущего контроля</b>
<i>Тема 1. Основы моделирования экономических процессов.</i>	Управление. Обратная связь. Замкнутая система. Экономическая система как объект управления. Оптимизационные модели экономической динамики.	Работа с литературой, включая ЭБС, источниками в сети Internet практикуму по решению задач, подготовка отчета по практикуму по решению задач	Отчет по практикуму по решению задач
<i>Тема 2. Достаточные условия оптимальности</i>	Обобщенная теорема достаточных условий оптимальности. Применение достаточных условий оптимальности к решению задач.	Работа с литературой, включая ЭБС, источниками в сети Internet практикуму по решению задач, подготовка отчета по практикуму по решению задач	Отчет по практикуму по решению задач
<i>Тема 3. Метод Лагранжа-Понtryгина</i>	Условия оптимальности для многошаговых процессов с ограничениями при наличии ограничений управления. Оптимальные	Работа с литературой, включая ЭБС, источниками в сети Internet практикуму по	Отчет по практикуму по решению задач



Наименование темы	Вопросы, вынесенные на самостоятельное изучение	Формы самостоят. работы	Форма текущего контроля
	управление движущим объектом. Календарное планирование поставок Оптимальное планирование поставок Оптимальное потребление в макроэкономической модели.	решению задач, подготовка отчета по практикуму по решению задач	
Тема 4. Метод Гамильтона-Якоби-Белмана (динамическое программирование)	Оптимальное распределение инвестиций между проектами методом динамического программирования. Сравнительный анализ методов ЛП и ГЯБ..	Работа с литературой, включая ЭБС, источниками в сети Internet практикуму по решению задач, подготовка отчета по практикуму по решению задач	Отчет по практикуму по решению задач

## 6. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ И УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

### 6.1. Перечень основной и дополнительной литературы

#### *Основная литература:*

1. Толпегин, О. А. Методы оптимального управления : учебник и практикум для вузов / О. А. Толпегин. — 2-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2021. — 234 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-13534-3. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/>

#### *Дополнительная литература*

1. Ким, Д. П. Теория автоматического управления. Многомерные, нелинейные, оптимальные и адаптивные системы. Задачник : учебное пособие для вузов / Д. П. Ким. — 2-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2021. — 331 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-01459-4. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/>

2. Ким, Д. П. Теория автоматического управления. Многомерные, нелинейные, оптимальные и адаптивные системы : учебник и практикум для вузов / Д. П. Ким. — 3-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2021. — 441 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-00975-0. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/>

3. Оптимальное управление в технических системах. Практикум : учебное пособие / Е. А. Балашова, Ю. П. Барметов, В. К. Битюков, Е. А. Хромых ; науч. ред. В. К. Битюков ; Воронежский государственный университет инженерных технологий. — Воронеж : Воронежский

государственный университет инженерных технологий, 2017. – 289 с. : табл., граф. – Режим доступа: по подписке. – URL: <https://biblioclub.ru/>

4. Гнатюк, В. И. Оптимальное управление крупным инфраструктурным объектом (организацией, предприятием, фирмой) методами рангового анализа : учебное пособие : [16+] / В. И. Гнатюк. – 2-е изд., стер. – Москва ; Берлин : Директ-Медиа, 2019. – 291 с. : ил., схем., табл. – Режим доступа: по подписке. – URL: <https://biblioclub.ru/>

5. Лагоша, Б. А. Оптимальное управление в экономике : учебное пособие / Б. А. Лагоша. – Москва : Московский государственный университет экономики, статистики и информатики, 2004. – 133 с. – Режим доступа: по подписке. – URL: <https://biblioclub.ru/>

## **6.2. Перечень ресурсов информационно-коммуникационной сети «Интернет»**

№ п/п	Наименование ресурса	Ссылка
1.	Национальная ассоциация управления проектами	<a href="https://www.sovnet.ru/">https://www.sovnet.ru/</a>
2.	INTERNATIONAL PROJECT MANAGEMENT ASSOCIATION	<a href="https://www.ipma.world">https://www.ipma.world</a>
3.	Официальный сайт компании Проектная практика	<a href="https://pmpractice.ru/">https://pmpractice.ru/</a>
4.	Project management institute	<a href="https://www.pmi.org/">https://www.pmi.org/</a>
5.	Официальный сайт компании ПМ Эксперт	<a href="https://pm.expert/">https://pm.expert/</a>
6.	Ассоциация менеджеров проекта Проектный Альянс	<a href="https://pmalliance.ru/">https://pmalliance.ru/</a>

## **6.3. Описание материально-технической базы**

Учебная аудитория для проведения учебных занятий (лекционные/практические занятия, консультации, промежуточная аттестация)

Основное оборудование:

Учебная мебель для преподавателя и обучающихся (столы, стулья), доска настенная, шкафы и тумбы для хранения учебных пособий, стендов, раздаточных материалов

Технические средства обучения:

Мультимедийное оборудование (проектор, экран), наглядные материалы – схемы, плакаты

Помещение для самостоятельной работы обучающихся

оснащено компьютерной техникой с возможностью подключения к информационно-телекоммуникационной сети "Интернет" и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду образовательной Института

**6.4. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, в том числе комплект лицензионного программного обеспечения, электронно-библиотечные системы, современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы**

Обучающиеся обеспечены доступом к электронной информационно-



образовательной среде института из любой точки, в которой имеется доступ к сети «Интернет», как на территории организации, так и вне ее.

**лицензионное программное обеспечение:**

- Программное обеспечение Microsoft Office
- Программное обеспечение Microsoft Office
- Комплексная Система Антивирусной Защиты Kaspersky Total Security для бизнеса Russian Edition

**лицензионное программное обеспечение отечественного производства:**

- Антивирусная программа Dr.Web;

**свободно-распространяемое программное обеспечение:**

- 7-ZIP – архиватор <https://7-zip.org.ua/ru/>
- Inkscape – векторный графический редактор <https://inkscape.org/ru/o-programmye/>
- Gimp – растровый графический редактор <http://www.progimp.ru/>

**электронно-библиотечная система:**

- Электронная библиотечная система (ЭБС) «Университетская библиотека ONLINE» <http://biblioclub.ru/>.
- Образовательная платформа «Юрайт». Для вузов и ссузов. Электронная библиотечная система (ЭБС) <https://urait.ru/>

**современные профессиональные базы данных:**

- Официальный интернет-портал базы данных правовой информации <http://pravo.gov.ru>.
- Портал Единое окно доступа к образовательным ресурсам <http://window.edu.ru/>

**информационные справочные системы:**

- Портал Федеральных государственных образовательных стандартов высшего образования <http://fgosvo.ru>.
- Компьютерная справочная правовая система «КонсультантПлюс» (<http://www.consultant.ru/>).

## **7. ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ И ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ**

### **7.1. Описание оценочных средств для проведения текущего контроля успеваемости в процессе освоения дисциплины**

<b>№ п/п</b>	<b>Форма учебного занятия, по которому проводится ТКУ</b>	<b>Шкала и критерии оценки, балл</b>
	Практикум по решению задач	25-18 – работа выполнена в срок, самостоятельно, правильно поняты и использованы соответствующие определения, правильно определены соответствующие документы, использована требуемая информация, сделаны необходимые выводы, хорошо аргументированы, даны исчерпывающие ответы на все поставленные вопросы;

№ п/п	Форма учебного занятия, по которому проводится ТКУ	Шкала и критерии оценки, балл
		17-10 – работа выполнена в срок, самостоятельно, правильно поняты и использованы соответствующие определения, правильно определены соответствующие документы, использована требуемая информация, необходимые выводы сделаны частично, хорошо аргументированы, даны ответы на все поставленные вопросы; 9-4 – работа выполнена в срок, в основном самостоятельно, использованы соответствующие определения, имеются ошибки в выводах, выводы сделаны частично, слабо аргументированы, даны ответы не на все вопросы; 1-2 – обучающийся подготовил работу несамостоятельно или не завершил в срок, выводы и ответы на вопросы отсутствуют. 0 - практикум не выполнен.

***Типовые контрольные задания или иные материалы в рамках текущего контроля успеваемости***

**Типовые практикумы по решению задач.**

***Практикум по решению задач 1.***

Найти оптимальный аргумент  $x^*(t)$ , максимизирующий функцию  $f(x,t)$  по  $x$  при всех допустимых значениях параметра  $t$ . Построить график функции.

$$f(x, t) = (t^2 - 1)x^2 + 4tx \quad |t| \leq 2; \quad 0 \leq x \leq t^2.$$

***Практикум по решению задач 2.***

Найти решение для задач Коши с разделяющимися переменным

$$\sqrt{x^2 + 1} dx = t(x + \frac{1}{x})dt; \quad x(0)=0.$$

***Практикум по решению задач 3.***

Найти решение задачи Коши для нелинейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами

$$\frac{d^2x}{dt^2} - 4\frac{dx}{dt} + 4x = t - 6 + e^{2t}; \quad x(0) = (\frac{dx}{dt})_0 = 0.$$

***Практикум по решению задач 4.***

В следующих задачах найти процесс, удовлетворяющий необходимым условиям оптимальности Лагранжа. Выделить случаи достаточности

$$1. \sum_{t=0}^4 [x^2(t) + u^2(t)] + 2x(5) \rightarrow \min;$$

$$x(t+1) = -x(t) + u(t);$$

$$x(0) = 0.$$

$$2. \sum_{t=0}^4 [x(t) + 2u(t) + u^2(t)] \rightarrow \min;$$

$$x(t+1) = -x(t) + 2u(t);$$

$$x(0) = 1, \quad x(5) = 1.$$

$$3. \sum_{t=0}^3 [4x^2(t) - x(t)] - x^2(4) \rightarrow \min;$$

$$x(t+1) = 2x(t) - u(t);$$

$$x(0) = 2.$$

$$4. \sum_{t=0}^3 [x^2(t) + u^2(t)] + 3x^2(4) \rightarrow \min;$$

$$x(t+1) = -x(t) + 2u(t);$$

$$x(0) = 1.$$

$$5. \sum_{t=0}^4 [x(t) + 2u^2(t)] - x(5) + 2x^2(5) \rightarrow \min;$$

$$x(t+1) = -x(t) + 2u(t);$$

$$x(0) = 1.$$

**Практикум по решению задач 5.**

Найти решение задачи оптимального управления.

Задан функционал

$$J = \int_0^T u^2 dt + \lambda x^2(T) \rightarrow \min.$$

Уравнение процесса

$$\frac{dx}{dt} = u; \quad x(0) = x_0; \quad \lambda > 0.$$

**Практикум по решению задач 6.**

Решить задачу оптимального управления методом динамического программирования

$$\sum_{t=0}^3 [x(t) + u^2(t)] + x(4) \rightarrow \min$$

При ограничениях

$$x(t+1) = x(t) - u(t);$$

$$u(t) \in [1; 2]$$

И начальном условии

$$x(0) = 0.$$

**Практикум по решению задач 7.**

**Записать управление Эйлера-Лагранжа и условия трансверсальности при условии, что объект описывает уравнение**

$$\dot{x}_1 = x_3, \quad \dot{x}_2 = x_4, \quad \dot{x}_3 = u_1, \quad \dot{x}_4 = u_2;$$

Ограничение на уравнение имеет вид:

$$\int_0^{t_f} (u_1^2 + u_2^2) dt = A \quad (A = \text{const}), \quad x(0) = 0, \quad x_4(t_f) = 0,$$
$$J = -x_2(t_f);$$

**Практикум по решению задач 8.**

Определить оптимальное программное управление и оптимальную траекторию

$$\dot{x}_1 = x_2, \quad \dot{x}_2 = u, \quad x(0) = 0, \quad x_1(10) = 10, \quad x_2(10) = 0,$$

$$J = \int_0^{10} u^2 dt \rightarrow \min;$$

**Практикум по решению задач 9.**

Построить синтез оптимальных управлений, методом ГЯБ

$$\int_0^T 2u^2 dt + x^2(T) \rightarrow \min;$$
$$\frac{dx}{dt} = u.$$

**Практикум по решению задач 10.**

Методом ГЯБ найти оптимальные процессы

$$\sum_{t=0}^3 [x(t) + u(t)] + x(4) \rightarrow \min;$$

$$x(t+1) = x(t) - u(t);$$

$$|u(t)| \leq \frac{1}{t+1};$$

$$x(0) = 0.$$

## 7.2. Описание оценочных средств для проведения промежуточной аттестации

Промежуточная аттестация по дисциплине проводится в форме зачета.

Процедура оценивания	Шкала и критерии оценки, балл
Зачет представляет собой выполнение обучающимся заданий билета, включающего в себя. Задание №1 – теоретический вопрос на знание базовых понятий предметной	Выполнение обучающимся заданий билета оценивается по следующей балльной шкале: Задание 1: 0-30 баллов Задание 2: 0-30 баллов Задание 3: 0-40 баллов



Процедура оценивания	Шкала и критерии оценки, балл
<p>области дисциплины, а также позволяющий оценить степень владения обучающегося принципами предметной области дисциплины, понимание их особенностей и взаимосвязи между ними;</p> <p>Задание №2 – задание на анализ ситуации из предметной области дисциплины и выявление способности обучающегося выбирать и применять соответствующие принципы и методы решения практических проблем, близких к профессиональной деятельности;</p> <p>Задания №3 – задания на проверку умений и навыков, полученных в результате освоения дисциплины</p>	<p><b>«Зачтено»</b></p> <p>– <b>90-100</b> – ответ правильный, логически выстроен, использована профессиональная терминология. Задания решены правильно. Обучающийся правильно интерпретирует полученный результат.</p> <p>– <b>70 -89</b> – ответ в целом правильный, логически выстроен, использована профессиональная терминология. Ход решения заданий правильный, ответ неверный. Обучающийся в целом правильно интерпретирует полученный результат.</p> <p>– <b>50 - 69</b> – ответ в основном правильный, логически выстроен, использована профессиональная терминология. Задание решено частично.</p> <p><b>«Не зачтено»</b></p> <p>– <b>менее 50</b> – ответы на теоретическую часть неправильные или неполные. Задания не решены.</p>

### ***Типовые задания для проведения промежуточной аттестации обучающихся***

#### ***Задания 1 типа***

1. Постановка задачи оптимального управления как экстремальной задачи с ограничениями
2. Основные особенности задачи ОУ, порожденные объективными причинами.
3. Общая постановка задачи ОУ с непрерывным временем.
4. Общая постановка задачи ОУ с дискретным временем.
5. Принцип оптимальности Беллмана.
6. Общая формулировка принципа оптимальности Беллмана, принадлежащая автору.
7. Различные варианты формулировок принципа оптимальности.
8. Метод динамического программирования как общий метод решения задач оптимизации.
9. Основное содержание метода динамического программирования.
10. Задача оптимального распределения ресурсов (классическая экономическая проблема).
11. Математическая постановка задачи оптимального распределения ресурсов.
12. Уравнение Беллмана
13. Задача оптимального управления с дискретным временем.
14. Математическая постановка задачи оптимального управления с дискретным временем.
15. Система функциональных уравнений Беллмана как теоретическая основа алгоритма решения задач.

16. Задача оптимального управления с непрерывным временем.
17. Метод динамического программирования. Классическая задача ОУ с фиксированными концами интервалов времени, закрепленным левым и свободным правым концами траектории..
18. Функция Беллмана. Особенности уравнения Беллмана в задачах с непрерывным временем.
19. Значение принципа максимума в теории оптимального управления.
20. История создания и развития теории ОУ, основанной на принципе максимума.
21. Основная постановка задачи ОУ: задача с интегральным или смешанным интегральнотерминальным функционалом, дифференциальной связью, граничными условиями и ограничением на управление.
22. Принцип максимума в форме Гамильтона.
23. Принцип максимума в форме Лагранжа.
24. Значение двух форм принципа максимума.
25. Эквивалентность двух формулировок принципа максимума.

### ***Задания 2 типа***

1. Решение задачи оптимального распределения ресурсов на основе метода динамического программирования.
2. Определение (формальное) функции Беллмана задачи распределения ресурсов и ее особенности.
3. Алгоритм решения задачи оптимального распределения ресурсов и его численная реализация.
4. Задача оптимального распределения с двумя видами ресурсов.
5. Решение задачи ОУ с дискретным временем методом динамического программирования.
6. Основная теорема для задачи ОУ с дискретным временем: выполнение уравнений Беллмана и достаточные условия оптимальности.
7. Алгоритм решения задачи ОУ с дискретным временем и его численная реализация.
8. Рассмотрение семейства задач ОУ, зависящих от начального момента времени  $[ ] 0 1 \tau \in t, t$  и начального состояния (начала траектории)  $x(\tau) = x$
9. Связь принципа максимума и общего принципа Лагранжа.
10. Общая система соотношений, используемых для решения рассматриваемой задачи ОУ, состоящая из необходимых условий, входящих в принцип максимума, и ограничений исходной задачи.
11. Алгоритмическое описание последовательности действий при исследовании общей системы соотношений с целью определения неизвестных параметров.
12. Формулировка основной теоремы о необходимых условиях экстремума в форме принципа максимума.
13. Составление и анализ общей системы соотношений для определения неизвестных параметров в рассматриваемой задаче ОУ, состоящей из необходимых условий и ограничений исходной задачи.



14. Анализ уравнения Беллмана в задачах с непрерывным временем.
15. Метод игольчатых вариаций Вейерштрасса (описание метода и его использование).
16. Классическая задача ОУ с фиксированными концами интервала времени, закрепленным левым и свободным правым концами траектории.
17. Принцип максимума как достаточное условие оптимальности в некоторых специальных задачах ОУ.
18. Принцип максимума как достаточное условие оптимальности в некоторых специальных задачах ОУ.
19. Условия выпуклости и вогнутости функции нескольких вещественных переменных. Представление простейшей задачи КВИ в виде задачи ОУ.
20. Уравнение Эйлера и условие Вейерштрасса как следствия из условий в форме принципа максимума.
21. Принцип максимума в задачах ОУ с дискретным временем.
22. Постановка задачи ОУ с дискретным временем при наличии дополнительных фазовых ограничений.
23. Условия гладкости и выпуклости отображений, входящих в определение исходной задачи.
24. Постановка классической задачи ОУ с фиксированными концами интервала времени, закрепленным левым и свободным правым концами траектории.
25. Теорема о достаточных условиях оптимальности в форме условий на функции Кротова

### ***Задания 3 типа***

#### **Задание 1**

Определить оптимальное программное управление и оптимальную траекторию, в следующей задаче максимального быстродействия

$$\dot{x}_1 = x_2, \quad \dot{x}_2 = u, \quad |u| \leq 1, \quad x(0) = 0, \quad x_1(t_f) = 10, \quad x_2(t_f) = 0,$$

$$J = t_f \rightarrow \min.$$

#### **Задание 2**

**Определить оптимальный закон управления**

$$\dot{x}_1 = x_2, \quad \dot{x}_2 = u, \quad x(0) = x^0, \quad J = \int_0^{\infty} (u^2 + 4x_1^2) dt;$$

#### **Задание 3**

**Синтезировать наблюдатель для следующих управляемых систем**

$$\dot{x}_1 = x_1 + 2x_2 + x_3,$$

$$\dot{x}_2 = -2x_1 + x_2,$$

$$\dot{x}_3 = x_1 + 2x_2 + 3x_3 + u,$$

$$y = x_1;$$

#### **Задание 4**

**Определить матрицу коэффициентов усиления наблюдателя полного**

порядка

$$\dot{x}_1 = x_2,$$

$$\dot{x}_2 = x_3,$$

$$\dot{x}_3 = -x_1 - x_2 - x_3 + u,$$

$$y = x_1;$$

### Задание 5

Определить оптимальное управление с обратной связью

$$\dot{x}_1 = x_2, \quad \dot{x}_2 = u - 1, \quad |u| \leq 2;$$

### Задание 6

Определить управление с обратной связью

$$\dot{x} = (2e^{-t} - 1)x + u, \quad x(0) = x^0, \quad J = \int_0^{10} (x^2 + 2u^2) dt \rightarrow \min_u;$$

### Задание 7

Определить передаточную функцию

$$S(\omega) = \frac{(\omega^4 + 4,25\omega^2 + 1)}{(\omega^4 + 10\omega^2 + 9)(\omega^4 + 25,04\omega^2 + 1)};$$